Çarpanlara Ayırma

1. Ortak Çarpan Parantezine Alma

$$ab + ac - ad = a(b + c - d)$$

Her terimde bulunan sayı ve harflerin **en küçük kuvvetleri** ortak çarpan olarak dışarı alınır. Parantez de ortak çarpan olabilir.

Dikkat: $(n - m) = -(m - n)$. Ters yazılmış parantezlerde önce işaret dışarı alınır.

ÖRNEK

$12a^3b - 18a^2b^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

Sayılar: EBOB(12, 18) = 6 ; harfler: a^2 ve b

Cevap: $6a^2b(2a - 3b)$

ÖRNEK

$3k(p - 2) + 5(2 - p)$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$5(2 - p) = -5(p - 2)$

$3k(p - 2) - 5(p - 2)$

Cevap: $(p - 2)(3k - 5)$

2. Gruplandırma

$$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (a + b)(x + y)$$

Bütün terimlerde ortak çarpan yoksa terimler **ikişerli (ya da üçerli) gruplara** ayrılır. Her gruptan ortak çarpan alındığında içeride **aynı parantez** kalmalıdır; kalmıyorsa gruplar değiştirilir.

ÖRNEK

$ab - 2a + 3b - 6$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$a(b - 2) + 3(b - 2)$

Cevap: $(b - 2)(a + 3)$

ÖRNEK

$x + y = 7$ ve $x - 3 = 2$ ise $x^2 + xy - 3x - 3y = ?$

ÇÖZÜM

$x(x + y) - 3(x + y) = (x + y)(x - 3)$

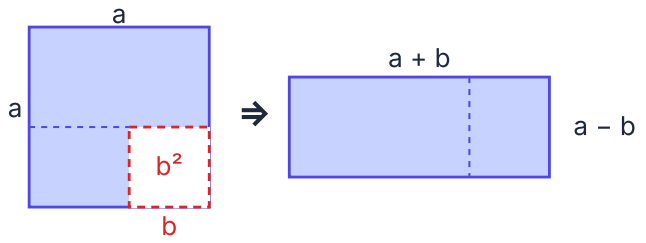
$7 \cdot 2$

Cevap: 14

3. İki Kare Farkı ve Tam Kare

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$



$a^2 - b^2$: kalan parça kesilip yan yana konunca $(a + b) \times (a - b)$ dikdörtgeni olur.

- İki terim de **tam kare** ve aralarında **eksi** varsa iki kare farkıdır.
- Üç terimli ifadede baştaki ve sondaki terim tam kare, ortadaki terim ikisinin çarpımının 2 katı ise tam karedir.

$a^2 + b^2$ gerçel sayılarda çarpanlarına ayrılmaz.

ÖRNEK

$49x^2 - 25$ ve $9x^2 - 30x + 25$ ifadelerini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$(7x)^2 - 5^2$; $(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2$

Cevap: $(7x - 5)(7x + 5)$; $(3x - 5)^2$

ÖRNEK

Ardışık iki tek sayının karelerinin farkı 96'dır. Büyük sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

$(n + 2)^2 - n^2 = (2)(2n + 2) = 96$

$2n + 2 = 48 \Rightarrow n = 23$

Cevap: 25

ÖRNEK

$2027^2 - 2023^2$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$(2027 - 2023)(2027 + 2023) = 4 \cdot 4050$

Cevap: 16200

4. Küp Açılımları ve Küplerin Toplamı / Farkı

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

Küp toplamı/farkındaki ikinci çarpan $(a^2 \mp ab + b^2)$ gerçel sayılarda daha fazla ayrılmaz.

ÖRNEK

$8x^3 - 27$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$(2x)^3 - 3^3 = (2x - 3)((2x)^2 + 2x \cdot 3 + 3^2)$

Cevap: $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

ÖRNEK

$a + b = 4$ ve $ab = 3$ ise $a^3 + b^3 = ?$

ÇÖZÜM

$(a + b)^3 - 3ab(a + b) = 64 - 3 \cdot 3 \cdot 4$

Cevap: 28

5. $x^2 + bx + c$ Üç Terimlisi

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n) \Leftrightarrow m \cdot n = c \text{ ve } m + n = b$$

çarpımı −20	toplamı
$-1 \cdot 20$	19
$1 \cdot -20$	−19
$-2 \cdot 10$	8
$2 \cdot -10$	−8
$-4 \cdot 5$	1
$-5 \cdot 4$	−1

Çarpımı **c**, toplamı **b** olan iki sayı aranır. Önce c'nin çarpanları listelenir, toplamı b olan çift seçilir.

- c > 0 ise m ve n aynı işaretli (b'nin işaretinde).
- c < 0 ise m ve n zıt işaretli; mutlak değerce büyük olan b'nin işaretini alır.

ÖRNEK

$x^2 - x - 20$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

Tabloda çarpımı −20, toplamı −1 olan çift: −5 ve 4

Cevap: $(x - 5)(x + 4)$

ÖRNEK

$x^2 + 9x + 14$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$2 \cdot 7 = 14$, $2 + 7 = 9$

Cevap: $(x + 2)(x + 7)$

ÖRNEK

$x^2 - 5xy + 6y^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

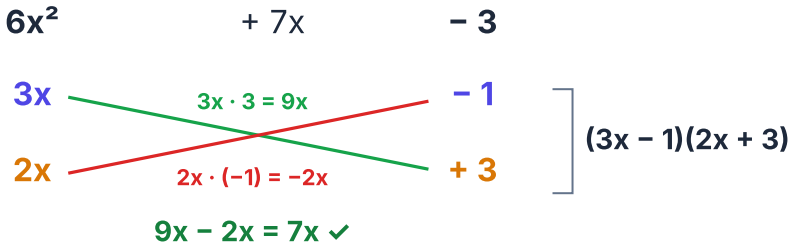
ÇÖZÜM

$(-2y)(-3y) = 6y^2$, $-2y - 3y = -5y$

Cevap: $(x - 2y)(x - 3y)$

6. $ax^2 + bx + c$ Üç Terimlisi ($a \neq 1$)

Çapraz çarpım yöntemi: ax^2 iki çarpana, c iki çarpana ayrılır ve alt alta yazılır. Çapraz çarpımların toplamı ortadaki terimi (bx) veriyorsa ayırma doğrudur; vermiyorsa başka çarpan çiftleri denenir.



ÖRNEK

$10x^2 - 13x - 3$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$10x^2 = 5x \cdot 2x$, $-3 = 1 \cdot (-3)$

Çapraz: $5x \cdot (-3) + 2x \cdot 1 = -13x$ ✓

Cevap: $(5x + 1)(2x - 3)$

ÖRNEK

$4x^2 - 4x - 3$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$4x^2 = 2x \cdot 2x$, $-3 = (-3) \cdot 1$

Çapraz: $2x \cdot 1 + 2x \cdot (-3) = -4x$ ✓

Cevap: $(2x - 3)(2x + 1)$

7. Değişken Değiştirme ve Terim Ekleyip Çıkarma

Değişken değiştirme

Tekrar eden ifadeye t denir, t'ye göre çarpanlara ayrılır, sonra t yerine ifade geri yazılır ve gerekiyorsa yeniden ayrılır.

ÖRNEK

$(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$x^2 - 2x = t \Rightarrow t^2 - 11t + 24 = (t - 3)(t - 8)$

$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8)$

Cevap: $(x - 3)(x + 1)(x - 4)(x + 2)$

Terim ekleyip çıkarma

İfadeyi tam kareye tamamlamak için bir terim eklenip aynı terim çıkarılır; sonra iki kare farkı uygulanır.

ÖRNEK

$x^4 + 4$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$

İki kare farkı

Cevap: $(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$

8. Sadeleştirme ve Sayısal Uygulamalar

Rasyonel ifadelerde pay ve payda çarpanlarına ayrılıp **ortak çarpanlar** sadeleştirilir (paydayı sıfır yapan değerler hariç). Sayısal işlemlerde sayılar özdeşliklere uyacak biçimde yazılır: $48 \cdot 52 = (50 - 2)(50 + 2)$.

ÖRNEK

$\dfrac{2x^2 - 8}{x^2 + x - 6}$ ifadesinin en sade biçimi?

ÇÖZÜM

$\dfrac{2(x - 2)(x + 2)}{(x + 3)(x - 2)}$

Cevap: $2(x + 2) / (x + 3)$

ÖRNEK

$\dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ ifadesinin en sade biçimi?

ÇÖZÜM

$\dfrac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x - 1)(x + 1)}$

Cevap: $(x^2 + x + 1) / (x + 1)$

ÖRNEK

$48 \cdot 52$ ve $1001^2 - 999^2$ işlemlerinin sonuçları?

ÇÖZÜM

$50^2 - 2^2 = 2500 - 4 = 2496$

$(1001 - 999)(1001 + 999) = 2 \cdot 2000$

Cevap: 2496 ; 4000

ÖRNEK

$x = \sqrt{5} + 2$ ise $x^2 - 4x + 4 = ?$

ÇÖZÜM

$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

$(\sqrt{5})^2$

Cevap: 5