EBOB ve EKOK

1. Çarpanlar ve Asal Sayılar

Bir sayıyı kalansız bölen pozitif tam sayılara o sayının **çarpanları (bölenleri)** denir; çarpanlar çiftler hâlinde bulunur: 36 = 1·36 = 2·18 = 3·12 = 4·9 = 6·6.

1 ve kendisinden başka böleni olmayan, 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir. En küçük asal sayı 2'dir ve tek çift asal sayıdır. 1 asal değildir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 (50'den küçük asallar)

İki basamaklı bir sayı 2, 3, 5 ve 7'ye bölünmüyorsa asaldır. Çarpan sayısı tek olan sayılar tam karedir.

ÖRNEK

36 sayısının pozitif bölenleri ve sayısı?

ÇÖZÜM

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

6 · 6 çifti tek sayıldığından bölen sayısı tektir.

Cevap: 9 tane

ÖRNEK

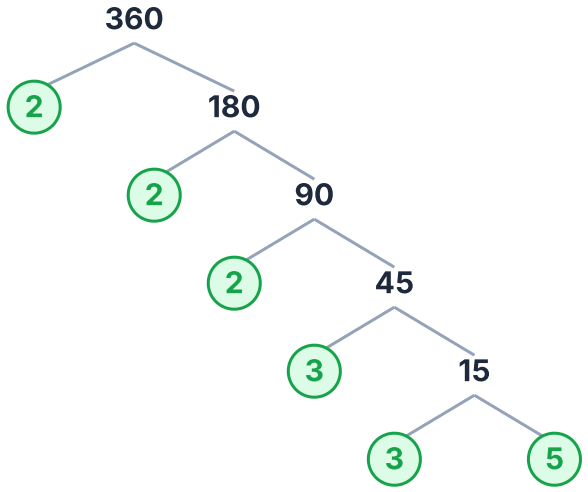
91 asal sayı mıdır?

ÇÖZÜM

2, 3, 5'e bölünmez; 91 ÷ 7 = 13

Cevap: Değil: 7 · 13

2. Asal Çarpanlara Ayırma ve Bölen Sayısı



Yeşil yapraklar asal çarpanlardır.

Sayı, çarpanların hepsi asal olana kadar ayrılır (**çarpan ağacı** ya da **bölen tablosu**). Sonuç üslü biçimde yazılır:

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$n = a^x \cdot b^y \cdot c^z \Rightarrow$ pozitif bölen sayısı $= (x + 1)(y + 1)(z + 1)$

360'ın pozitif bölen sayısı: (3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 24.

ÖRNEK

84 sayısını asal çarpanlarına ayırınız ve pozitif bölen sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM

$84 = 2 \cdot 42 = 2 \cdot 2 \cdot 21 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

$(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)$

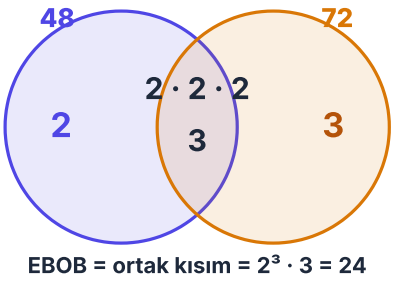
Cevap: $2^2 \cdot 3 \cdot 7$; 12

3. EBOB ve EKOK

EBOB: ortak tabanlar, **küçük** üsleriyle

EKOK: bütün tabanlar, **büyük** üsleriyle

EBOB (en büyük ortak bölen): sayıların hepsini bölen en büyük sayı. **EKOK** (en küçük ortak kat): sayıların hepsinin katı olan en küçük pozitif sayı.



48	72	2
24	36	2
12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
1	1	

Bölen tablosu

$48 = 2^4 \cdot 3$, $72 = 2^3 \cdot 3^2$

$EBOB = 2^3 \cdot 3 = 24$

$EKOK = 2^4 \cdot 3^2 = 144$

Tabloda yeşil bölenler iki sayıyı birden böler; çarpımları EBOB'u, bütün bölenlerin çarpımı EKOK'u verir.

ÖRNEK

$A = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 7$ ve $B = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ ise EBOB(A, B) ve EKOK(A, B)?

ÇÖZÜM

Ortak tabanlar 2 ve 3: küçük üsler ⇒ $2^2 \cdot 3$

Bütün tabanlar, büyük üsler ⇒ $2^4 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 7$

Cevap: $2^2 \cdot 3$; $2^4 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 7$

4. EBOB ve EKOK Özellikleri

$EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b) = a \cdot b$

- EBOB(a, b) = 1 ise a ile b **aralarında asaldır**; bu durumda EKOK(a, b) = a · b. (Örn: 8 ile 15)
- a, b'nin katı ise EBOB(a, b) = b ve EKOK(a, b) = a. • EBOB, sayıların farkını da böler.

ÖRNEK

İki sayının çarpımı 360, EBOB'u 6 ise EKOK'u kaçtır?

ÇÖZÜM

$6 \cdot EKOK = 360$

Cevap: 60

ÖRNEK

EBOB(a, b) = 4 , EKOK(a, b) = 48 ve a = 12 ise b = ?

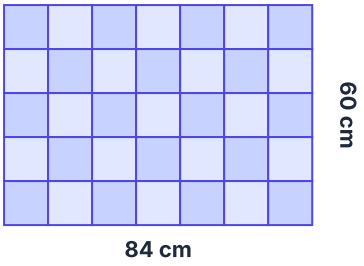
ÇÖZÜM

$12 \cdot b = 4 \cdot 48 = 192$

Cevap: 16

5. EBOB Problemleri (Bütünden Parçaya)

Bir bütün **eşit ve en büyük parçalara** bölünüyorsa EBOB kullanılır: dikdörtgen alanı en büyük kare fayanslarla döşemek, farklı uzunluktaki çubukları eşit ve en uzun parçalara kesmek, bir tarlanın çevresine eşit aralıklarla en az sayıda ağaç dikmek.



7 × 5 = 35 fayans

ÖRNEK

84 cm × 60 cm boyutlarındaki bir duvar, boşluk kalmadan eş ve en büyük kare fayanslarla kaplanacak. Kaç fayans gerekir?

ÇÖZÜM

Fayans kenarı EBOB(84, 60) = 12 cm

84 ÷ 12 = 7 , 60 ÷ 12 = 5 ⇒ 7 · 5

Cevap: 35

ÖRNEK

Kenarları 36 m ve 60 m olan dikdörtgen bir tarlanın çevresine, köşelere de gelecek biçimde eşit aralıklarla en az kaç ağaç dikilir?

ÇÖZÜM

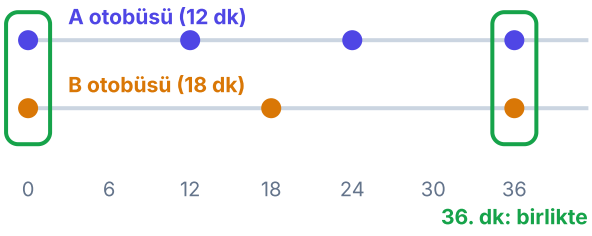
Aralık EBOB(36, 60) = 12 m

Çevre 2(36 + 60) = 192 m ⇒ 192 ÷ 12 (kapalı çevrede ağaç sayısı = aralık sayısı)

Cevap: 16

6. EKOK Problemleri (Parçadan Bütüne)

Parçalar birleştirilerek **en küçük bütün** elde ediliyorsa ya da olaylar belirli aralıklarla tekrarlanıp **tekrar birlikte** gerçekleşmesi soruluyorsa EKOK kullanılır.



ÖRNEK

Bir duraktan A otobüsü 12, B otobüsü 18 dakikada bir kalkıyor. İkisi 09.00'da birlikte kalktıysa tekrar ne zaman birlikte kalkarlar?

ÇÖZÜM

EKOK(12, 18) = 36 dakika

Cevap: 09.36

ÖRNEK

6 cm × 10 cm boyutlarındaki karolar aynı yönde yan yana dizilerek en küçük kare oluşturulacak. Kaç karo gerekir?

ÇÖZÜM

Karenin kenarı EKOK(6, 10) = 30 cm

(30 ÷ 6) · (30 ÷ 10) = 5 · 3

Cevap: 15

ÖRNEK

Bir öğretmen kalemlerini 5'erli ya da 8'erli gruplara ayırdığında her seferinde 2 kalem artıyor. Kalem sayısı 100'den az ise en fazla kaç kalemi vardır?

ÇÖZÜM

Kalem − 2, 5 ve 8'in ortak katı: EKOK(5, 8) = 40

40k + 2 < 100 ⇒ k = 2

Cevap: 82