Trigonometri

1. Açı Ölçü Birimleri

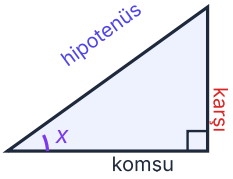
π radyan = 180°

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$ (D: derece, R: radyan)

Esas ölçü: Açıyı [0°, 360°) aralığına indir. Dereceyi 360'a böl, **kalan** esas ölçüdür. Radyanda 2π'nin katlarını at.

Örn: 1110° = 3·360° + 30° → esas ölçü 30°

2. Dik Üçgende Oranlar



$$\sin x = \frac{\text{karşı}}{\text{hipotenüs}} \qquad \cos x = \frac{\text{komşu}}{\text{hipotenüs}}$$

$$\tan x = \frac{\text{karşı}}{\text{komşu}} \qquad \cot x = \frac{\text{komşu}}{\text{karşı}}$$

3. Temel Özdeşlikler

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

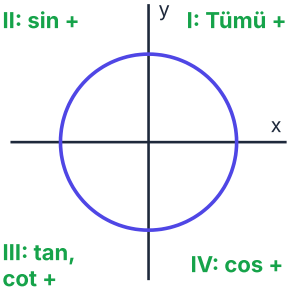
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

4. Birim Çember ve İşaretler



P(cos x, sin x)

cos x → apsis (yatay)

sin x → ordinat (dikey)

$-1 \le \sin x \le 1$

$-1 \le \cos x \le 1$

Kısa yol: **"Hepsi – Sin – Tan – Cos"** (I → IV bölge)

5. Özel Açıların Değerleri

	0°	30° (π/6)	45° (π/4)	60° (π/3)	90° (π/2)	180° (π)
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	tanımsız	0
cot	tanımsız	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	tanımsız

İpucu: sin satırı √0/2, √1/2, √2/2, √3/2, √4/2 diye ezberlenir; cos satırı tam tersi sıradadır.

Trigonometri · devam

6. Bölge Dönüşümleri

90° ± x ve **270° ± x** → isim değişir (sin ↔ cos, tan ↔ cot)
180° ± x ve **360° − x** → isim aynı kalır

İşaret: x dar açı sayılır, açının düştüğü bölgede **ilk fonksiyonun** işareti alınır.

$\sin(90° + x) = \cos x$

$\cos(180° - x) = -\cos x$

$\tan(270° - x) = \cot x$

7. Negatif Açı ve Periyot

$\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(-x) = \cos x$

$\tan(-x) = -\tan x,\ \cot(-x) = -\cot x$

$\sin^n(ax+b),\ \cos^n(ax+b)$:

n tek $\rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$ $\quad n$ çift $\rightarrow T = \frac{\pi}{|a|}$

$\tan^n, \cot^n(ax+b) \rightarrow T = \frac{\pi}{|a|}$

8. Toplam – Fark Formülleri

$\sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \sin b$

$\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \sin a \cdot \sin b$

$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \cdot \tan b}$

Dikkat: kosinüste işaret **tersine döner** (∓).

9. İki Kat Açı

$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$

$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$= 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

10. Yarım Açı (Kare İndirme)

$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$

$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$

$1 + \cos 2a = 2\cos^2 a$

$1 - \cos 2a = 2\sin^2 a$

Kare içeren ifadeleri sadeleştirmede ve periyot sorularında çok işe yarar.

11. Üçgende Trigonometri

a, b, c kenarlar; A, B, C karşılarındaki açılar; R çevrel çember yarıçapı.

Sinüs T. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Kosinüs T. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

Alan $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$

12. Trigonometrik Denklemler

$k \in \mathbb{Z}$ (tam sayı)

$\sin x = \sin a \rightarrow x = a + 2k\pi$

veya $x = \pi - a + 2k\pi$

$\cos x = \cos a \rightarrow x = \pm a + 2k\pi$

$\tan x = \tan a \rightarrow x = a + k\pi$

$\cot x = \cot a \rightarrow x = a + k\pi$